

VŠB-Technická univerzita Ostrava  
Fakulta strojní  
Katedra hydromechaniky a hydraulických zařízení

Modelování proudění ve výměníku – náhrada  
žebrovaných trubek za trubky hladké

CFD Simulation of Flow in Heat Exchanger –  
Utilization of Ribbed Pipe Instead of Standard Pipe

Student:

Bc. Michal Polák

Vedoucí diplomové práce:

Ing. Tomáš Blejchař, Ph.D.

Ostrava 2009

### **Prohlášení studenta**

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě.....

.....

podpis studenta

Prohlašuji, že

- jsem byl seznámen s tím, že na moji diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména §35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a §60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě diplomovou práci užít (§35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že jeden výtisk diplomové práce bude uložen v Ústřední knihovně VŠB-TUO k prezenčnímu nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – diplomovou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě:.....

.....

podpis studenta

## **ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE**

POLÁK, M. Modelování proudění ve výměníku – náhrada žebrovaných trubek za trubky hladké. Ostrava: katedra hydromechaniky a hydraulických zařízení, Fakulta strojní VŠB-Technická univerzita Ostrava, 2009, 54 s. Diplomová práce, vedoucí Blejchař, T.

Diplomová práce se zabývá záměnou žebrovaných trubek v tepelném výměníku voda-vzduch za trubky hladké. Záměna trubek musí být přitom provedena tak, aby nový výměník s hladkými trubkami měl stejný tepelný výkon jako původní výměník s žebrovanými trubkami.

Nejprve jsem vytvořil síť výpočetních oblastí v programu Gambit a poté na nich provedl numerické výpočty v programu Fluent. Po porovnání vypočtených hodnot tepelných výkonů a zvážení dalších aspektů jsem zvolil výsledný počet trubek.

## **ANNOTATION OF THE THESIS**

POLÁK, M. CFD Simulation of Flow in Heat Exchanger – Utilization of Ribbed Pipe Instead of Standard Pipe. Ostrava: Department of Hydromechanics and Hydraulic Equipment, Faculty of Mechanical Engineering VŠB-Technical University of Ostrava, 2009, 54 p. Thesis, head: Blejchař, T.

Thesis is dealing with the exchange of finned pipes with standard pipes in a heat exchanger. At the same time the new heat exchanger with standard pipes have to be of the same heat output as the original heat exchanger with finned pipes.

Following the mesh generation of the created geometries in Gambit I performed numerical calculations in Fluent. After the comparing of calculated values of heat output and taking into account others aspects I choosed final number of standard pipes.

*Děkuji vedoucímu diplomové práce Ing. Tomáši Blejchařovi, Ph.D. za odborné vedení, pomoc  
a cenné rady při vypracování diplomové práce.*

*Michal Polák*

# OBSAH

## SEZNAM POUŽITÉHO OZNAČENÍ

1.	ÚVOD.....	3
2.	PROUDĚNÍ TEKUTIN.....	4
2.1	Rozdělení proudění.....	4
2.1.1	Podle fyzikálních vlastností tekutin.....	4
2.1.2	Podle kinematických hledisek.....	6
2.2	Zákony zachování.....	6
2.2.1	Zachování hmotnosti – rovnice kontinuity.....	8
2.2.2	Druhý Newtonův zákon – rovnice hybnosti.....	9
2.2.3	Zachování energie – rovnice energie.....	10
2.3	Počáteční a okrajové podmínky.....	11
3.	TURBULENCE.....	13
3.1	Úvod.....	13
3.2	Matematické modelování turbulentního proudění.....	13
3.2.1	Středování turbulentních veličin.....	15
3.2.2	Uzavření středovaných pohybových rovnic.....	17
3.2.3	Dvourovnicové modely turbulence s turbulentní vazkostí.....	18
4.	OBTÉKÁNÍ TĚLES.....	21
4.1	Mezní vrstva.....	21
4.2	Obtékání válce.....	23
4.2.1	Teoretický rozbor.....	24
4.2.2	Održení mezní vrstvy a délka úplavu.....	27
5.	TEPELNÝ VÝPOČET VÝMĚNÍKU TEPLA.....	29
5.1	Tepelná bilance.....	29
5.1.1	Určení součinitele prostupu tepla válcovou stěnou.....	30
6.	ZÁVĚR A DOPORUČENÍ PLYNOUCÍ Z PROVEDENÝCH VÝPOČTŮ.....	33
7.	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	34
8.	SEZNAM PŘÍLOH.....	37

# SEZNAM POUŽITÉHO OZNAČENÍ

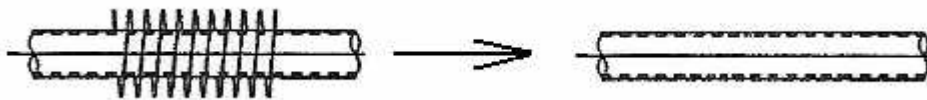
Značka	Význam	Fyzikální jednotka
$D, d$	průměr	[m]
$D_h, d_h$	hydraulický průměr	[m]
$E$	energie	[J]
$F$	síla	[N]
$F_m$	hmotností síla	[N]
$F_p$	tlaková síla	[N]
$F_s$	setrvačná síla	[N]
$F_t$	smyková síla	[N]
$G$	tíha	[N]
$L, l$	délka	[m]
$Nu$	Nusseltovo číslo	[1]
$Pr$	Prandtlovo číslo	[1]
$Q$	objemový průtok	[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\dot{Q}$	tepelný tok (výkon)	[W]
$Re$	Reynoldsovo číslo	[1]
$S$	plocha	[m <sup>2</sup> ]
$Sh$	Strouhalovo číslo	[1]
$T$	čas	[s]
	termodynamická teplota	[K]
$V$	objem	[m <sup>3</sup> ]
$a$	zrychlení	[m.s <sup>-2</sup> ]
$c$	měrná tepelná kapacita	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$c_d$	odporový koeficient	[1]
$c_l$	vztlakový koeficient	[1]
$g$	tíhové zrychlení	[m.s <sup>-2</sup> ]
$k$	součinitel prostupu tepla válcovou stěnou	[W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
	turbulentní kinetická energie	[m <sup>2</sup> .s <sup>-2</sup> ]

$m$	hmotnost	[kg]
$\dot{m}$	hmotnostní průtok	[kg.s <sup>-1</sup> ]
$p$	tlak	[Pa]
$t$	Celsiova teplota,	[°C]
	čas	[s]
$v$	rychlost	[m.s <sup>-1</sup> ]
$\bar{v}$	střední hodnota rychlosti	[m.s <sup>-1</sup> ]
$v'$	fluktuace rychlosti	[m.s <sup>-1</sup> ]
$x$	kartézská souřadnice	[m]
$y$	kartézská souřadnice	[m]
$y^+$	bezrozměrná veličina u stěnových funkcí	[1]
$z$	kartézská souřadnice	[m]
$\alpha$	součinitel přestupu tepla	[W.m <sup>-2</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$\delta$	tloušťka (stěny, mezní vrstvy)	[m]
$\varepsilon$	rychlost disipace	[m <sup>2</sup> .s <sup>-3</sup> ]
$\lambda$	tepelná vodivost	[W.m. <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$\eta_t$	tepelná účinnost	[1]
$\mu$	dynamická viskozita	[Pa.s]
$\mu_t$	dynamická turbulentní viskozita	[Pa.s]
$\nu$	kinematická viskozita	[m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> ]
$\pi$	Ludolfovo číslo	[1]
$\rho$	hustota	[kg.m <sup>-3</sup> ]
$\sigma$	normálové napětí	[Pa]
$\tau$	smykové napětí	[Pa]
$\omega$	specifická rychlost disipace	[s <sup>-1</sup> ]



# 1. ÚVOD

Dle zadání je úkolem navrhnout záměnu žebrovaných trubek za trubky hladké (viz obr. 1.1) v tepelném výměníku voda-vzduch, přičemž nový výměník s hladkými trubkami má mít stejný tepelný výkon.



Obr. 1.1 Záměna žebrovaných trubek za trubky hladké

Původní výměník měl šestnáct žebrovaných trubek o průměru dle přílohy 1. Jelikož použitým konstrukčním materiálem je ocel, dochází postupně ke korozi a abrazi (otěru) vnějšího povrchu žeber od proudících spalín obsahujících pevné částice a různé koncentrace kyselých prvků z paliva (S, Cl, F) a kyselin plynného skupenství ( $\text{H}_2\text{SO}_4$ , HCl, HF). Výsledkem je častá výměna opotřebovaných žeber, což vždy vyžaduje přerušení technologického procesu, jehož je výměník součástí. Konečným důsledkem jsou pak zvýšené finanční výdaje vynaložené na rekonstrukci výměníku a krytí výrobních nebo provozních prostojů.

Protože se odstraněním žebrování zmenší účinná teplosměnná plocha a tedy i výsledný tepelný výkon, je třeba zvyšovat počet hladkých trubek, dokud tepelný výkon nedosáhne původní hodnoty pro žebrované trubky. Hodnoty tepelných výkonů se určí z rovnice tepelné bilance (5.1), jejíž veličiny jsou buď zadány (měrná tepelná kapacita  $c_2$ , teplota  $t_{2,1}$  – viz příloha 3) nebo se získají numerickým výpočtem v programu Fluent (hmotnostní průtok  $\dot{m}_2$ , teplota  $t_{2,2}$ ). Sít', na kterou budou numerické výpočty aplikovány, se vygeneruje v programu Gambit. Jelikož by nebylo z kapacitních důvodů použité výpočetní techniky možné vytvořit síť zahrnující všechny trubky výměníku, je numerickému řešení podroben pouze element dané výpočetní oblasti (viz přílohy 1, 2). K výpočtu bude dále připojena rovnice energie z důvodu procesu sdílení tepla probíhajícího v oblasti. Použité okrajové podmínky jsou uvedeny v příloze 3.

## 2. PROUDĚNÍ TEKUTIN

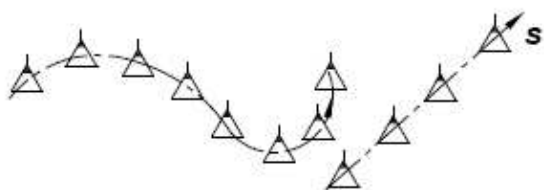
Prouděním obecně nazýváme pohyb tekutiny, tedy kapaliny, plynu či páry. Jedná-li se o proudění kapalin, mluvíme o hydrodynamice, v případě proudění plynů pak o aerodynamice. Hydromechanika řeší většinu úkolů na elementárních objemech tekutiny, pro něž sestavuje rovnice rovnováhy. Tyto základní diferenciální rovnice integruje a použitím okrajových, případně i počátečních podmínek získává řešení. K určení rovnováhy používá všeobecně platných vět z mechaniky. Získaný matematický model se pak řeší buď exaktně nebo hlavně v posledních letech numericky.

### 2.1 Rozdělení proudění

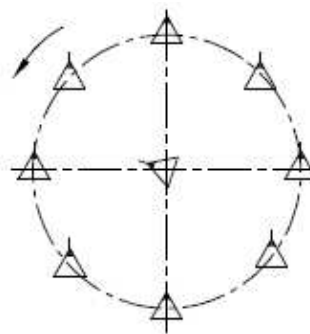
#### 2.1.1 Podle fyzikálních vlastností tekutin

##### Proudění ideální (dokonalé) tekutiny

- a) Potenciální (nevířivé) proudění – částice tekutiny se pohybují přímočaře nebo křivočaře po drahách (proudnicích) tak, že se vůči pozorovateli neotáčejí kolem vlastní osy, viz obr. 2.1. Natočení částice na křivé dráze je kompenzováno stejně velkým natočením kolem vlastní osy, ale v opačném smyslu. Mezi potenciální proudění patří rovněž potenciální vír, u něhož částice krouží kolem vřového vlákna potenciálně s výjimkou částice, která tvoří vlákno, viz obr. 2.2.



Obr. 2.1 Potenciální proudění [16]



Obr. 2.2 Potenciální vír [16]

- b) Vířivé proudění – částice tekutiny se vůči pozorovateli otáčejí kolem vlastních os, viz obr. 2.3

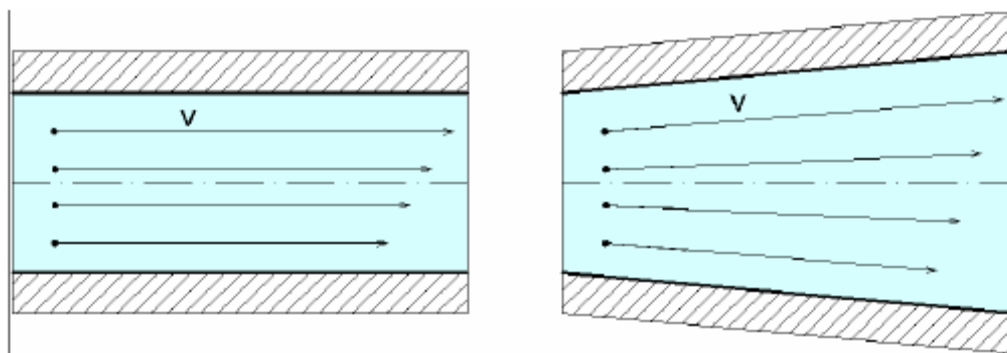


Obr. 2.3 Vířivé proudění [16]

### Proudění skutečné (vazké) tekutiny

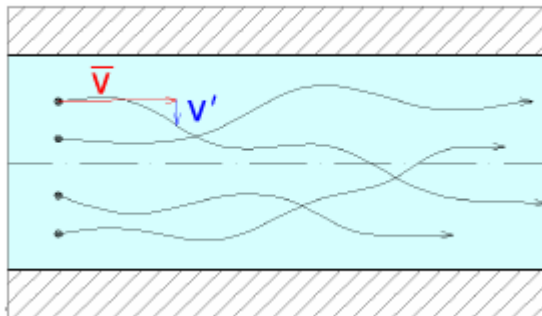
Jedná se o tekutiny s vnitřním třením a obecně stlačitelné, přičemž v mnoha praktických aplikacích lze stlačitelnost zanedbat. Rozlišujeme:

- a) Laminární proudění – částice se pohybují ve vrstvách (lamina = vrstva), přičemž nedochází k přemísťování částic po průřezu, viz obr. 2.4.



Obr. 2.4 Laminární proudění [1]

- b) Turbulentní proudění – částice mají kromě postupné rychlosti  $v$  i tzv. flukтуаční (turbulentní) složku rychlosti  $v'$ , kterou se částice přemísťují po průřezu, viz obr. 2.5. Flukтуаční rychlost  $v' = v'(t)$  mění s časem svoji velikost a směr.



Obr. 2.5 Turbulentní proudění [1]

## 2.1.2 Podle kinematických hledisek

### Podle uspořádání proudění v prostoru

- Prostorové (trojrozměrné) proudění – veličina (např. rychlost) je určena polohou v prostorovém souřadném systému  $v = v(x, y, z)$ .
- Rovinné (dvojrozměrné) proudění – reálné proudění např. u symetrických rotačních ploch průtočných kanálů oběžných kol hydraulických strojů apod.;  $v = v(x, y)$ .
- Jednorozměrné proudění – proudění po střední proudnici např. v potrubí, kde  $v = v(l)$  ( $l$  je posunutí ve směru osy).

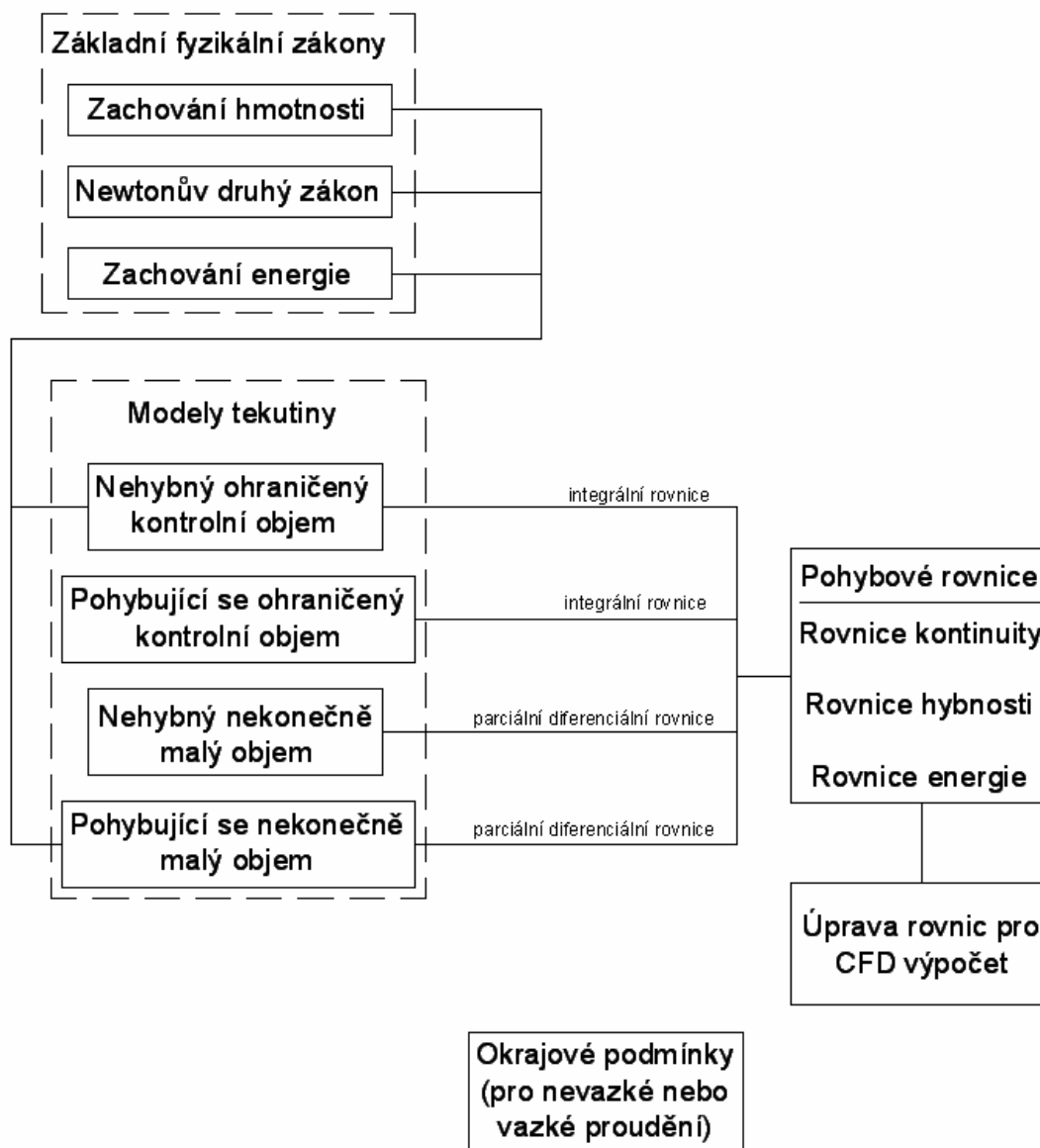
### Podle závislosti proudění na čase

- Ustálené (stacionární) proudění – charakteristické veličiny proudu (rychlost, tlak, teplota aj.) jsou nezávislé na čase, tedy  $v \neq v(t)$ ;  $\partial/\partial t = 0$ .
- Neustálené (nestacionární) proudění – charakteristické veličiny se mění s časem, tedy  $\partial/\partial t \neq 0$ , např. při prostorovém proudění  $v = v(x, y, z, t)$  a při proudění jednorozměrném  $v = v(l, t)$ .

## 2.2 Zákony zachování

Veškerá dynamika tekutin je založena na třech základních fyzikálních zákonech uvedených v levé horní části obr. 2.6:

- zachování hmotnosti,
- Newtonův druhý zákon ( $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ),
- zachování energie.



Obr. 2.6 Schéma získání pohybových rovnic a jejich řešení

Tyto fyzikální principy se aplikují na zvolený model proudu, čímž získáme jejich matematické vyjádření v podobě rovnice kontinuity, hybnosti a energie, souhrnně nazvaných *pohybové rovnice tekutiny*.

Každý z jednotlivých modelů tekutiny produkuje jinou formu pohybových rovnic, buď integrální nebo parciálně diferenciální. Po obdržení pohybových rovnic je nezbytné je upravit do podoby vhodné pro numerický (CFD) výpočet. Nakonec je třeba do výpočtu zahrnout okrajové podmínky. Jelikož okrajové podmínky přímo fyzikálně nesouvisí s pohybovými rovnicemi (teoreticky není nutné je do výpočtu zahrnout), jsou proto umístěny samostatně.

## 2.2.1 Zachování hmotnosti - rovnice kontinuity

Při proudění tekutin musí být splněn obecně platný fyzikální zákon zachování hmotnosti. Pro kontrolní objem, kterým proudí tekutina, musí být hmotnost tekutiny konstantní, a tedy její celková změna nulová. U kontrolního objemu mohou vzniknout dvě změny hmotnosti, a to *lokální* v kontrolním objemu samém (tekutina se stlačuje nebo rozpíná) a *konvektivní* změna hmotnosti, způsobená rozdílem přitéklé a vyteklé hmotnosti z kontrolního objemu. Obě změny musí dávat nulovou změnu hmotnosti, což je možné jen tehdy, když jsou obě dílčí změny stejně velké, ale opačného znaménka, tj. jedna znamená zvětšení a druhá zmenšení hmotnosti. Aplikací zákona zachování hmotnosti na zvolený kontrolní model tekutiny, např. na elementární hranolek o objemu  $dV = dx dy dz$  (viz obr. 2.7), dostaneme *rovnici kontinuity* ve složkovém tvaru [8]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0, \quad (2.1)$$

$$\text{kde } \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}.$$

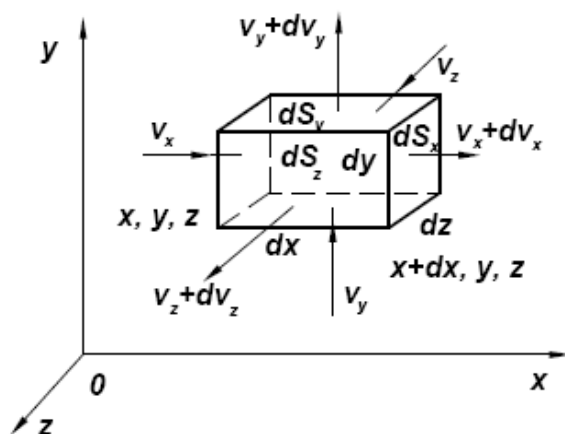
Při ustáleném proudění se veličiny nemění v čase, proto musí být  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  a rovnice (2.1) se

zredukuje na tvar

$$\frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0, \quad (2.2)$$

který platí pro proudění stlačitelné tekutiny v prostoru. U nestlačitelných tekutin se dosáhne dalšího zjednodušení ( $\rho = \text{konst}$ ) a rovnice (2.2) je pak vyjádřena vztahem

$$\frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0. \quad (2.3)$$



Obr. 2.7 Elementární kontrolní objem tekutiny [16]

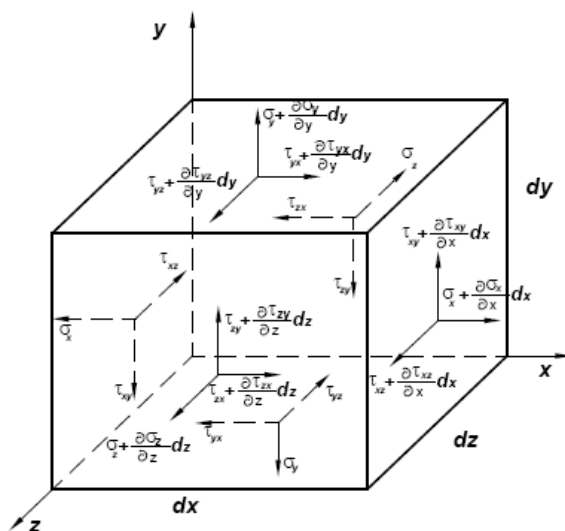
## 2.2.2 Druhý Newtonův zákon – rovnice hybnosti

Aplikací druhého Newtonova zákona

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (2.4)$$

na zvolený model viskózní tekutiny dostaneme rovnici hybnosti. Nejvhodnější cestou k získání této rovnice je aplikace zákona na elementární kontrolní objem (viz obr. 2.8) podobně jako při odvození rovnice kontinuity. Rovnováha sil při proudění viskózní tekutiny je vyjádřena vektorovým součtem sil

$$\mathbf{F}_m + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_t = \mathbf{F}_s. \quad (2.5)$$



Obr. 2.8 Napětí na elementárním kontrolním objemu tekutiny [16]

Vnější hmotnostní síla  $F_m$  působící na tekutinu se vyjádří na jednotku hmotnosti tekutiny složkami zrychlení  $a_x, a_y, a_z$  (tedy složkami derivace rychlosti v daných směrech), tlaková síla  $F_p$  je dána složkami normálového napětí  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  a smyková síla  $F_t$  je dána smykovými napětími  $\tau_x, \tau_y, \tau_z$ . Setrvačná síla  $F_s$  je určena setrvačným zrychlením a hmotností elementárního hranolku tekutiny.

Obecný složkový zápis rovnice hybnosti, neboli *Navierova-Stokesova rovnice*, pak bude [8]

$$\frac{Dv_i}{Dt} \equiv \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} v_j = G_i + \frac{1}{\rho} \left\{ -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial v_l}{\partial x_l} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] \right\}. \quad (2.6)$$

V mnoha případech lze považovat koeficienty  $\lambda$  a  $\mu$  za konstantní a rovnice (2.6) nabude jednoduššího tvaru

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} v_j = G_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\lambda + \mu}{\rho} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\mu}{\rho} \Delta v_i. \quad (2.7)$$

Pro nestlačitelnou tekutinu se rovnice (2.7) zjednoduší, neboť pro ni platí  $\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0$ .

Navierova-Stokesova rovnice pak bude mít tvar

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} v_j = G_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\mu}{\rho} \Delta v_i. \quad (2.8)$$

Z tenzorového tvaru Navierovy-Stokesovy rovnice je zřejmé, že reprezentuje tři (složkové) rovnice.

### 2.2.3 Zachování energie - rovnice energie

Fyzikální zákon zachování energie je vlastně vyjádřením prvního zákona termodynamiky. Je-li princip aplikován na zvolený model tekutiny, např. na nekonečně malý element tekutiny pohybující se s okolní tekutinou, tak první zákon termodynamiky vyjadřuje, že:

$$A = B + C, \quad (2.9)$$

kde  $A$  je rychlost změny energie v elementu,  $B$  je tok tepla do elementu a  $C$  je intenzita práce objemových a plošných sil působících na element.



Obecný složkový zápis rovnice energie pak bude [15]

$$\rho v_i \frac{Dv_i}{Dt} + \rho c \frac{DT}{Dt} = \rho G_i v_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tau_{ij} v_i). \quad (2.10)$$

Uvedené pohybové rovnice vyjadřující jednotlivé zákony zachování lze použít pro laminární i turbulentní proudění. Zatímco pro laminární proudění tvoří uzavřenou soustavu rovnic, je řešení turbulentního proudění mnohem obtížnější. Jednotlivé veličiny (složky rychlosti  $v_i$ , tlak  $p$ , teplota  $T$  a hustota  $\rho$ ) představují okamžité hodnoty náhodných nestacionárních veličin a každé řešení turbulentního proudění je tedy pouze jistou aproximací.

## 2.3 Počáteční a okrajové podmínky

Pro řešení soustavy pohybových rovnic a rovnic modelu turbulence je třeba zadat okrajové podmínky na hranicích výpočetní oblasti.

*Počátečními podmínkami* je určeno rozdělení rychlosti a tlaku v určitý časový okamžik, např. pro  $t = 0$ , ve všech bodech prostoru zaplněného tekutinou. To znamená, že funkce

$$p = p(x, y, z, t) \quad v_i = v_i(x, y, z, t), \quad (2.11)$$

které jsou funkcemi souřadnic  $x, y, z$  a času  $t$ , musí splňovat podmínky

$$p = p(x, y, z, 0) = f(x, y, z), \quad v_i = v_i(x, y, z, 0) = g_i(x, y, z), \quad (2.12)$$

kde  $f(x, y, z)$  a  $g_i(x, y, z)$  jsou dané spojité funkce polohy.

*Okrajové podmínky* jsou takové podmínky, které musí být splněny v každém čase na hranici tekutinou vyplněného oboru, popř. na rozhraní dvou vzájemně se nemísících tekutin. Při pohybu dokonalé tekutiny se předpokládá, že v místech jejího styku se stěnou je normálová složka relativní rychlosti vůči stěně rovna nule a tudíž tekutina může proudit jen podél stěny.

Viskózní tekutiny ovšem kladou odpor nejen vzájemnému pohybu částic tekutiny, ale také pohybu částic tekutiny podél stěny. Částice tekutiny lnou ke stěně, tzn. že relativní rychlost tekutiny vůči stěně v místech styku se stěnou je rovna nule. Proto nejen normálová, ale i tečná složka relativní rychlosti tekutiny vůči stěně musejí na povrchu tělesa vymizet, tj.

$$v_x = v_y = v_z = 0. \quad (2.13)$$

## 3. TURBULENCE

### 3.1 Úvod

Převážná většina proudění v přírodě i v technických zařízeních je turbulentní. Turbulence se objeví, když setrvačné a objemové síly působící na tekutinu jsou dostatečně velké ve srovnání s vazkými silami, které tlumí náhodné poruchy a nestability proudění. Při překročení kritické hodnoty Reynoldsova čísla  $Re_{krit}$ , které vyjadřuje poměr setrvačných a třecích sil, přechází laminární proudění do turbulentního proudění, které je výsledkem náhodných vířivých pohybů, tzv. *turbulentních vírů*.

V současnosti jsou rozvíjeny metody výpočtu turbulentního proudění založené jak na statistických modelech turbulence, tak na modelování pohybu velkých turbulentních vírů a na přímé numerické simulaci.

### 3.2 Matematické modelování turbulentního proudění

V současné době je řešení turbulentního proudění založeno na numerickém řešení pohybových rovnic, tvořených zákony zachování hmotnosti, hybnosti a energie. Základem každého numerického řešení je matematický a fyzikální model proudění, které vycházejí ze základních zákonů zachování. Matematický model zahrnuje jednak numerickou metodu řešení parciálních diferenciálních rovnic, tj. převedení těchto rovnic na soustavu algebraických rovnic (např. metodu konečných objemů nebo metodu konečných prvků), volbu numerického schématu pro aproximaci jednotlivých výrazů v rovnicích, volbu výpočetní sítě a zadání počátečních resp. okrajových podmínek. Fyzikální model představuje model tekutiny, pro který je numerické řešení prováděno.

Pro popis turbulentního proudění zejména v technických aplikacích jsou důležité střední parametry proudění. Při řešení pohybových rovnic, popisujících náhodné nestacionární trojrozměrné turbulentní proudění, jsou možné tři přístupy [3], [11], [12].

První možností je tzv. *přímá numerická simulace* (DNS – Direct Numerical Simulation), která spočívá v řešení pohybových rovnic pro daný soubor okrajových a počátečních podmínek a určení středních hodnot pro celý soubor řešení za určitý časový interval (tzv. středování řešení).

Přímá numerická simulace vyžaduje velmi hustou výpočetní síť, zejména při obtékání stěn. Potřebný počet uzlů sítě je roven  $Re^{9/4}$ , takže nároky na paměť a rychlost počítače se rychle zvyšují s rostoucím Reynoldsovým číslem. V současnosti je přímá simulace možná pro Reynoldsova čísla do  $10^4$  až  $10^5$  [11].

Druhou možností je tzv. statistický přístup, který spočívá podle Reynoldse v rozdělení okamžitých hodnot turbulentních veličin na střední a flukтуаční část a v řešení pohybových rovnic pro střední hodnoty turbulentních veličin (tzv. středování rovnic). Řešíme tedy *středované pohybové rovnice* (RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations).

Soustava středovaných pohybových rovnic ovšem není uzavřená a musí být doplněna tzv. *modelem turbulence*, který modeluje turbulentní přenos hybnosti a tepla v proudící tekutině. Středováním pohybových rovnic v programu Fluent bylo řešeno i turbulentní proudění spalín ve výměníku, a proto bude dále rozvinut tento způsob řešení.

Třetím, kompromisním přístupem mezi DNS a RANS metodami, je *simulace pohybu velkých vírů* (LES – Large Eddy Simulation). Turbulentní proudění se skládá z vírů různých měřítek od největších vírů srovnatelných s rozměry oblasti, až po nejmenší víry, ve kterých probíhá vazká disipace. Turbulentní transport hmotnosti, hybnosti a energie je zprostředkován převážně velkými turbulentními víry, jejichž pohyb je simulován stejně jako při přímé numerické simulaci. Výchozí rovnice pro LES metodu se získají filtrováním pohybových rovnic, čímž dojde k oddělení vírů, jejichž velikost je menší než šířka filtru, odpovídající velikosti ok výpočetní sítě.

Výsledné rovnice pak popisují nestacionární pohyb velkých vírů, na který je superponován pohyb malých vírů, který je modelován pomocí tzv. subgrid modelu, který je do jisté míry podobný statistickým modelům turbulence.

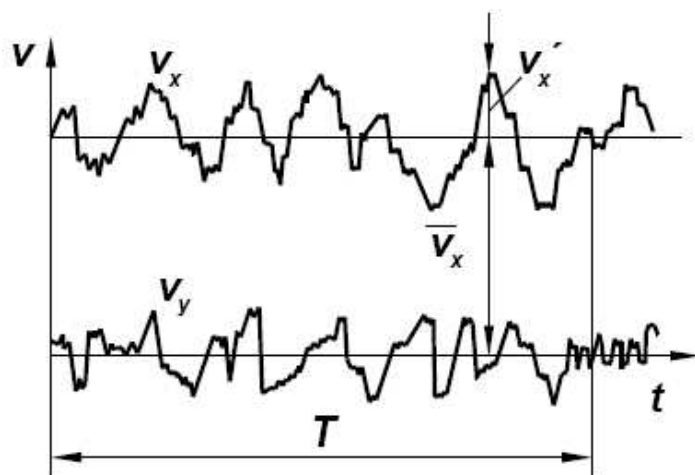
### 3.2.1 Středování turbulentních veličin

Pro získání středovaných pohybových rovnic je tedy třeba nahradit okamžité hodnoty turbulentních veličin v pohybových rovnicích jejich *středními a flukтуаčními hodnotami*. Jelikož je turbulence náhodný proces, jsou jednotlivé parametry turbulentního proudění náhodné funkce času.

Na obr. 3.1 jsou znázorněny okamžité hodnoty složek rychlosti  $v_x$  a  $v_y$  ve směru osy  $x$  a  $y$  v určitém místě jako funkce času.

Průběh  $v_x$  a  $v_y$  se považuje za náhodný a můžeme ho charakterizovat střední hodnotou  $\bar{v}_x$ , resp.  $\bar{v}_y$  za čas  $T$  [16]

$$\bar{v}_x = \frac{1}{T} \int_0^T v_x dt. \quad (3.1)$$



Obr. 3.1 Časový průběh rychlosti při turbulentním proudění [16]

Okamžitou hodnotu  $v_x$  lze pak vyjádřit jako součet hodnoty střední  $\bar{v}_x$  a flukтуаční  $v_x'$

$$v_x = \bar{v}_x + v_x'. \quad (3.2)$$

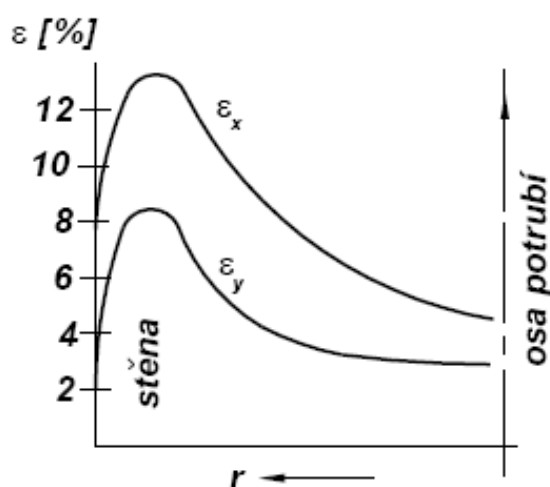
Z rov. (3.1) plyne, že střední hodnota střední hodnoty je rovna střední hodnotě  $\overline{\bar{v}_x} = \bar{v}_x$ , a proto je střední hodnota fluktuací rovna nule

$$\bar{v}_x' = \frac{1}{T} \int_0^T v_x' dt = 0. \quad (3.3)$$

Relativní velikost amplitud fluktuací rychlosti vzhledem ke střední hodnotě rychlosti je charakterizována *intenzitou turbulence* a např. pro směr  $x$  ji lze vyjádřit vztahem [16]

$$\varepsilon_x = \frac{\sqrt{\overline{v_x'^2}}}{\bar{v}_x}. \quad (3.4)$$

Intenzita turbulence při vyvinutém proudění v potrubí kruhového průřezu je závislá na směru – podélné fluktuace jsou větší než příčné, minimum mají v ose, maximum je v těsné blízkosti stěny a na stěně jsou rovny nule, viz obr.3.2.



Obr. 3.2 Rozložení turbulence v potrubí [16]

$x$ -ová složka je podélná (axiální),  $y$ -ová je radiální

### 3.2.2 Uzavření středovaných pohybových rovnic

Základní problém řešení turbulentního proudění pomocí středovaných pohybových rovnic spočívá v uzavření soustavy pohybových rovnic, tedy ve vhodném vyjádření turbulentního přenosu hybnosti a tepla pomocí *modelu turbulence*.

Soustavu rovnic nelze uzavřít přímo transportními rovnicemi pro Reynoldsova napětí, neboť obsahují neznámé korelace fluktuací rychlosti a tlaku. Je proto třeba aproximovat buď Reynoldsova napětí (algebraické, jednorovnicové a dvourovnicové modely) nebo aproximovat neznámé výrazy v rovnicích pro Reynoldsova napětí (modely s transportními nebo algebraickými rovnicemi pro  $Re$  napětí).

Boussinesq navrhl vyjádřit turbulentní napětí podobně jako vazké napětí zavedením přídatné *turbulentní vazkosti*, která je pro dvourozměrnou nestlačitelnou tekutinu vztahem [11]

$$-\rho \overline{v'v'} = \mu_t \frac{\partial \bar{v}}{\partial y}. \quad (3.5)$$

Nejjednodušší jsou *algebraické modely turbulence*, u kterých je turbulentní vazkost vyjádřena pomocí veličin středního proudění, zpravidla pomocí Prandtlovy hypotézy o směšovací délce [3], [11].

Ve většině používaných modelech turbulence je však turbulentní vazkost vyjádřena jako *součin turbulentního rychlostního a délkového měřítka*. Turbulentní rychlostní měřítko je převážně dáno *turbulentní energií*  $k$ , získané řešením transportní rovnice. Složitější je určení délkového měřítka.

V *jednorovnicových modelech* je délkové měřítko dáno algebraickým vztahem obecně ve tvaru  $L_t = f(y)$ , což omezuje použití těchto modelů na jednodušší dvourozměrné případy proudění. Mezi jednorovnicové modely turbulence patří Wolfsteinův  $k-l$  model a Spalart-Allmarasův model.

*Dvourovnicové modely* obsahují dvě transportní rovnice pro veličiny charakterizující turbulentní rychlostní a délkové měřítko. Jelikož byly tyto modely aplikovány i při výpočtu této úlohy, bude dále rozvedeny.

### 3.2.3 Dvourovnicové modely turbulence s turbulentní vazkostí

#### Model $k-\varepsilon$

Veličinou charakterizující délkové měřítko je zde *rychlost disipace turbulentní energie*  $\varepsilon$ . Jedná se tedy o model se dvěma transportními rovnicemi pro turbulentní energii a pro rychlost disipace.

##### a) Základní $k-\varepsilon$ model

Turbulentní vazkost je dána vztahem [11], [12], [18]

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (3.6)$$

kde  $C_\mu$  je konstanta.

##### b) RNG $k-\varepsilon$ model

Tento model se získá statistickým postupem nazvaným renormalizační grupová teorie (odtud RNG) a je přesnější i spolehlivější pro většinu proudů než standardní  $k-\varepsilon$  model. Turbulentní vazkost je zde vyjádřena opět rovnicí (3.6).

##### c) Způsoby řešení oblasti u stěny

Uvedené verze modelu  $k-\varepsilon$  jsou použitelné pouze v dostatečné vzdálenosti od obtékané stěny, kde je dosti vysoké turbulentní Reynoldsovo číslo. V těsné blízkosti stěny jsou více tlumeny fluktuace rychlosti ve směru kolmém na stěnu. Pro řešení oblasti proudění v blízkosti stěny se používají následující přístupy [11], [12], [18]:



- použití tzv. *stěnových funkcí*, kde se okrajové podmínky nezadávají přímo na stěně, ale v bodě ležícím v logaritmické oblasti zákona stěny (pro rovnotlakou mezní vrstvu přibližně  $30 < y^+ < 200$ ). Předem se předpokládá existence této oblasti a nelze tedy tento způsob s dostatečnou přesností použít pro výpočet proudění s odtržením od stěny.
- použití *dvouvrstvého modelu  $k-L/k-\varepsilon$* , kde v oblasti u stěny je použit jednodušší jednorovnicový model  $k-L$  a dále od stěny model  $k-\varepsilon$ . Napojení obou modelů je provedeno v logaritmické oblasti zpravidla v bodě, kde tlumicí funkce  $F_\mu$  dosáhne hodnoty  $F_\mu = 0,95$ . Tomu odpovídá bezrozměrná vzdálenost od stěny  $Re_y \approx 150$ , resp.  $y^+ \approx 80$ .
- zavedení *tlumicích funkcí a přidavných členů* do definice turbulentní vazkosti a transportních rovnic pro turbulentní energii a rychlost disipace. Tlumicích funkcí a přidavných členů se použije v případě modifikace modelu pro nízká turbulentní Reynoldsova čísla pro výpočet až k obtékané stěně.

## Model $k-\omega$

V tomto modelu je pro určení turbulentního délkového měřítka použita *specifická rychlost disipace*  $\omega$  definovaná vztahem [3], [11], [12], [18]

$$\omega = \frac{\varepsilon}{k}. \quad (3.7)$$

### a) Základní $k-\omega$ model

Turbulentní vazkost je dána vztahem [3],[18]

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega}. \quad (3.8)$$

### b) SST $k-\omega$ model

Klasické formulace turbulentní vazkosti ve dvourovnicových modelech neberou v úvahu vliv transportu turbulentního smykového napětí. Menter proto navrhl modifikovanou definici turbulentní vazkosti, která bere v úvahu transport turbulentního smykového napětí.

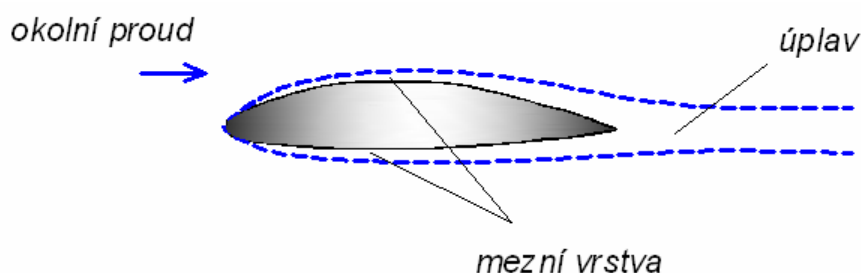
Tento model se nazývá SST (shear stress transport) a turbulentní vazkost je definovaná vztahem [3], [18]

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha_*}, \frac{SF_2}{a_1 \omega}\right]}. \quad (3.9)$$

## 4. OBTÉKÁNÍ TĚLES

### 4.1 Mezní vrstva

Je experimentálně potvrzeno, že při velkých Reynoldsových číslech se proudění skutečné tekutiny v dostatečné vzdálenosti od obtékaných stěn jen málo liší od proudění dokonalé tekutiny (je téměř potenciální). Proudící tekutina v sousedství těles tedy splňuje podmínky předepsané pro viskózní tekutinu, avšak v dostatečné vzdálenosti od těchto těles se chová jako tekutina dokonalá. Při velkých Reynoldsových číslech můžeme tedy proudící viskózní tekutinu rozdělit na dvě oblasti. V jedné, která sousedí s obtékanou stěnou, se plně uplatňují viskózní vlastnosti tekutiny a nazývá se *mezní vrstva*, v druhé je proudění téměř potenciální. Částice proudu, které projdou mezní vrstvou tvoří za obtékaným tělesem *úplav*, viz obr. 4.1.

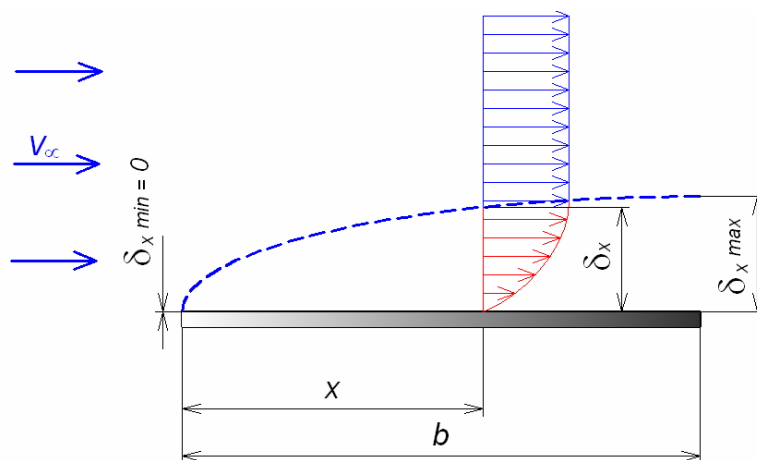


Obr. 4.1 Schéma proudového pole [1]

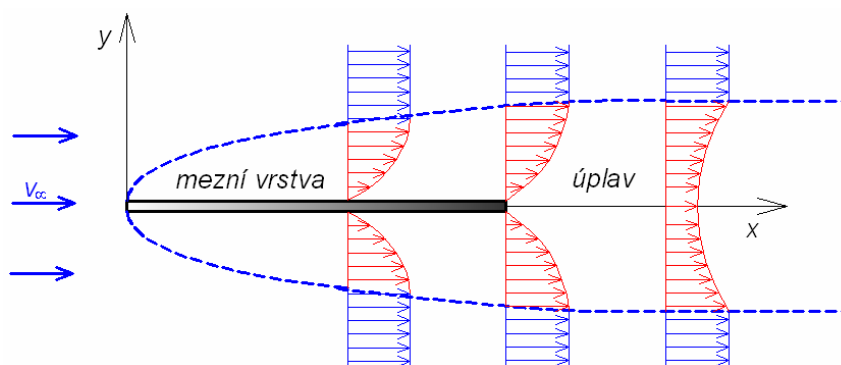
Okrajové podmínky pro viskózní tekutinu vyžadují, aby na stěně vymizela normálová i tečná složka rychlosti. Tečná složka rychlosti, která je na vnější hranici mezní vrstvy různá od nuly, musí tedy v mezní vrstvě rychle klesat na nulovou hodnotu, příslušnou viskózní tekutině lnoucí ke stěně. Proudění uvnitř mezní vrstvy může být buď laminární, nebo turbulentní. To závisí na hodnotě Reynoldsova čísla a na podmínkách proudění na povrchu tělesa., např. na drsnosti aj.

Nejjednodušší případ mezní vrstvy vzniká na tenké desce umístěné paralelně s proudem tekutiny, viz obr. 4.2 a 4.3. Rychlost s odlehlostí od stěny narůstá až na hodnotu

rychlosti nenarušeného proudu  $v_\infty$ . Tato tloušťka "zabrzžděné" tekutiny  $\delta_x$ , tedy tloušťka mezní vrstvy, je u náběžné hrany nulová a na odtokové hraně je maximální.



Obr. 4.2 Schématické znázornění mezní vrstvy na desce [1]

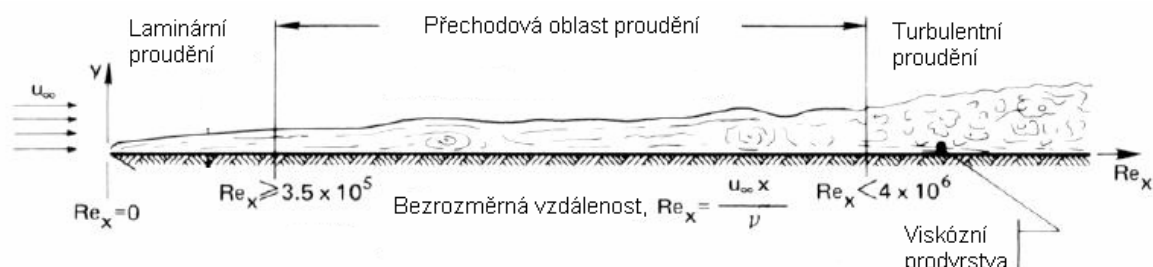


Obr. 4.3 Mezní vrstva na desce [1]

Vnější hranice mezní vrstvy není geometricky přesně definovanou plochou, takže pojem *tloušťka mezní vrstvy* má jen kvalitativní význam. Tímto pojmem se jen vymezuje určitý obor tekutiny, v němž je proudění podstatně ovlivněno její viskozitou a v němž je tedy soustředěna převážná část vířivého pohybu tekutiny. Tloušťka mezní vrstvy je definována vztahem [6]

$$\delta_x = \frac{4,92x}{\sqrt{\text{Re}_x}}. \quad (4.1)$$

V přední části mezní vrstvy se vyskytuje laminární režim proudění, v zadní turbulentní a mezi nimi se nachází přechodová oblast proudění (viz obr. 4.4). Okamžitá hranice turbulentní mezní vrstvy (plná nepravidelná křivka) se s časem mění. Střední tloušťka turbulentní mezní vrstvy je zakreslena čárkovaně.



Obr. 4.4 Smíšená mezní vrstva na desce [6] ( $u \equiv v$ )

Hlavní kritérium pro stanovení přechodu laminární mezní vrstvy na turbulentní je *Reynoldsovo číslo*

$$Re_x = \frac{\rho v_\infty x}{\mu} = \frac{v_\infty x}{\nu}, \quad (4.2)$$

jehož hodnota se mění se stupněm turbulence proudu.

Kritická hodnota Reynoldsova čísla pro mezní vrstvu se zpravidla udává [6]

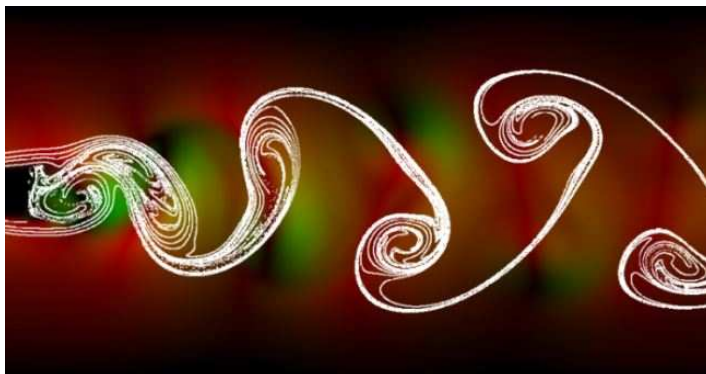
$$Re_{x,krit} = \frac{v_\infty x_{krit}}{\nu} = 3,5 \cdot 10^5, \quad (4.3)$$

ale může být větší i menší v závislosti na charakteru proudění, povrchu stěny, obsahu vibrací atd.;  $x_k$  je vzdálenost od náběžné hrany, ve které laminární mezní vrstva přechází do turbulentní.

## 4.2 Obtékání válce

Úloha obtékání válce je jednou ze základních úloh řešení problematiky obtékání těles umístěných v proudovém poli tekutiny. V zadané úloze je válec reprezentován trubkou tepelného výměníku, uvnitř které proudí horká kapalina a její vnější povrch je obtékán vzduchem (spalinami).

Při obtékání takovýchto symetrických těles dochází při určité rychlosti proudění k odtržení proudící tekutiny od povrchu válce. Odtržení je doprovázeno vznikem vírových struktur jako např. na obr. 4.5. Tyto struktury mají významný vliv nejen na samotné obtékané těleso, ale také na těleso nacházející se v jeho úplavu.



4.5 Vizualizace von Kármánovy vírové cesty [21]

Při řešení úlohy obtékání válce lze experimentálně i statisticky vyhodnocovat základní fyzikální veličiny mechaniky tekutin (rychlost, tlak, teplota) a další hydraulické veličiny jako Reynoldsovo číslo, Strouhalovo číslo a odporové koeficienty. Lze také určit místo odtržení mezní vrstvy a délku úplavu.

### 4.2.1 Teoretický rozbor

#### Reynoldsovo číslo

Působení proudového pole vazké tekutiny na obtékané těleso je závislé na hodnotě Reynoldsova čísla definovaného vztahem (4.2). Základní rozdělení charakteru proudění okolo válce pro různá Reynoldsova čísla stanovil experimentálně Roshko [20]. Rozdělil proudění okolo válce v závislosti na Reynoldsově čísle na následující oblasti:

$40 < Re < 150$  - stabilní oblast

$150 < Re < 300$  - přechodová oblast

$300 < Re < 200\,000$  - nestabilní oblast

Toto rozdělení je dodnes platné a poskytuje základní informace o tvorbě úplavu za válcem.

Dle zadaných okrajových podmínek v příloze 3 činí rychlost na vstupu do řešené oblasti (viz přílohy 1,2)  $v = 5 \text{ m.s}^{-1}$ , dynamická viskozita  $\mu = 1,7894 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$  a hustota spalin  $\rho = 1,077 \text{ kg.m}^{-3}$ . Hydraulický průměr lze vyjádřit ze vztahu [2]

$$d_h = 4 \frac{ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2 \cdot 0,04326 \cdot 0,03125}{0,04326 + 0,03125} = 0,03629 \text{ m} = 36,29 \text{ mm} \quad (4.4)$$

a kinematickou viskozitu ze vztahu [2]

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1,7894 \cdot 10^{-5}}{1,077} = 1,662 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \quad (4.5)$$

Reynoldsovo číslo pak bude

$$\text{Re} = \frac{v \cdot d_h}{\nu} = \frac{5 \cdot 0,03629}{1,662 \cdot 10^{-5}} = 10\,918 \quad (4.6)$$

Dle rovnice (4.6) je tedy proudění v geometrii skutečně turbulentní.

## Strouhalovo číslo

U neustálených jevů je uvažováno kritérium určené impulsními silami  $F_h$  (ze změny hybnosti) a setrvačnými silami  $F_s$  [2]:

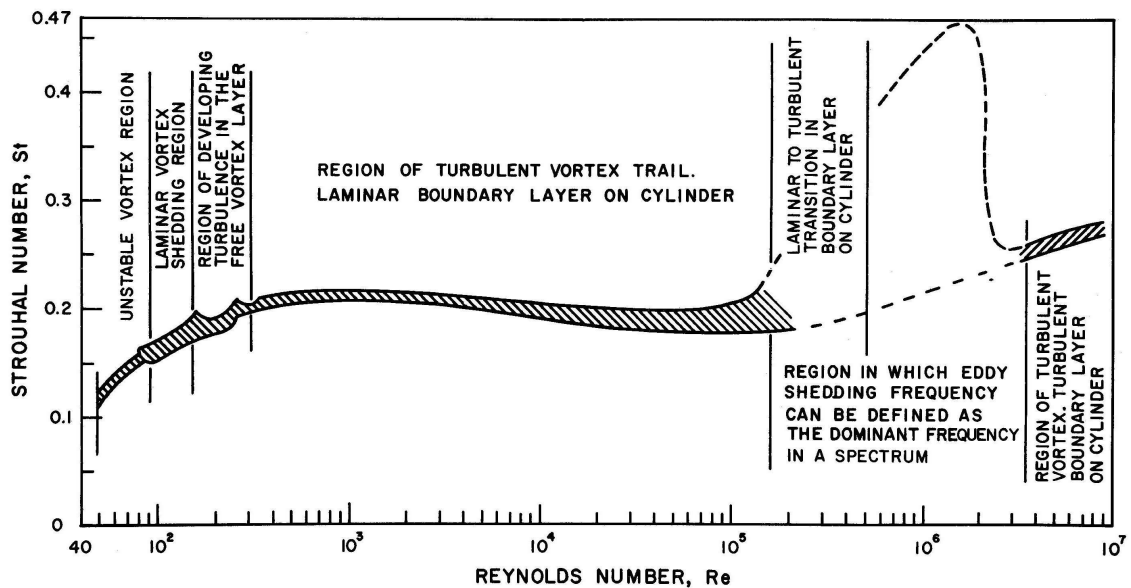
$$\frac{F_h}{F_s} \approx \frac{\rho l^3 v}{t \rho l^2 v^2} = \frac{l}{vt} = Sh, \quad (4.7)$$

což je Strouhalovo číslo. Veličina  $t$  je časový interval,  $l$  definuje charakteristický rozměr tělesa (pro válec platí  $l \equiv d$ ) a  $v$  je rychlost. Pro periodické děje, které vznikají i při obtékání válce, je nezbytné vztah modifikovat  $t = 1/f$  [2]. Upravené Strouhalovo číslo má pak tvar:

$$Sh = \frac{fd}{v}, \quad (4.8)$$

kde  $f$  je frekvence odtrhávání vírů za válcem a  $d$  je průměr válce.

Bylo experimentálně zjištěno, že při Strouhalově čísle v rozmezí  $Sh \approx 0,17 \div 0,22$  [20], [23] dochází ke střídavému odtrhávání vírových struktur z povrchu válce.



Obr. 4.6 Závislost Strouhalova čísla na Reynoldsově čísle při obtékání válce [6]

Tyto vírové struktury poté tvoří za obtékaným tělesem (válcem) tzv. Kármánovu vírovou cestu, obr. 4.5. Ze Strouhalova čísla a výše uvedeného Reynoldsova čísla lze vytvořit závislost  $Sh = f(Re)$ , viz obr. 4.6.

## Odporové koeficienty

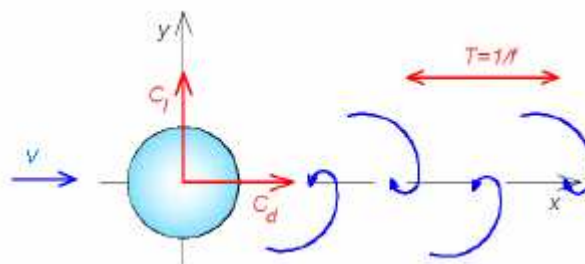
Odbor tělesa je vyjádřen dvěma bezrozměrnými koeficienty, a to odporovým  $c_d$  a vztlakovým  $c_l$ , viz obr. 4.7.

a) Odporový koeficient (drag coefficient) [25] je definován jako

$$c_d = c_x = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho v^2 S} = \frac{F_d}{\frac{1}{2} \rho v^2 S}, \quad (4.9)$$

kde  $S$  je průmět plochy obtékaného tělesa do roviny kolmé ke směru proudění a  $F_d$  je odporová síla. Lze pomocí něj tedy vyjádřit složku aerodynamické síly, která obvykle působí proti pohybu tělesa. Odporová síla vzniká vždy, pohybuje-li se těleso v tekutině, nebo tekutina kolem tělesa.





Obr. 4.7 Schématické znázornění směru působení odporových sil při obtékání válce [29]

b) Vztlakový koeficient (lift coefficient) [25] je definován

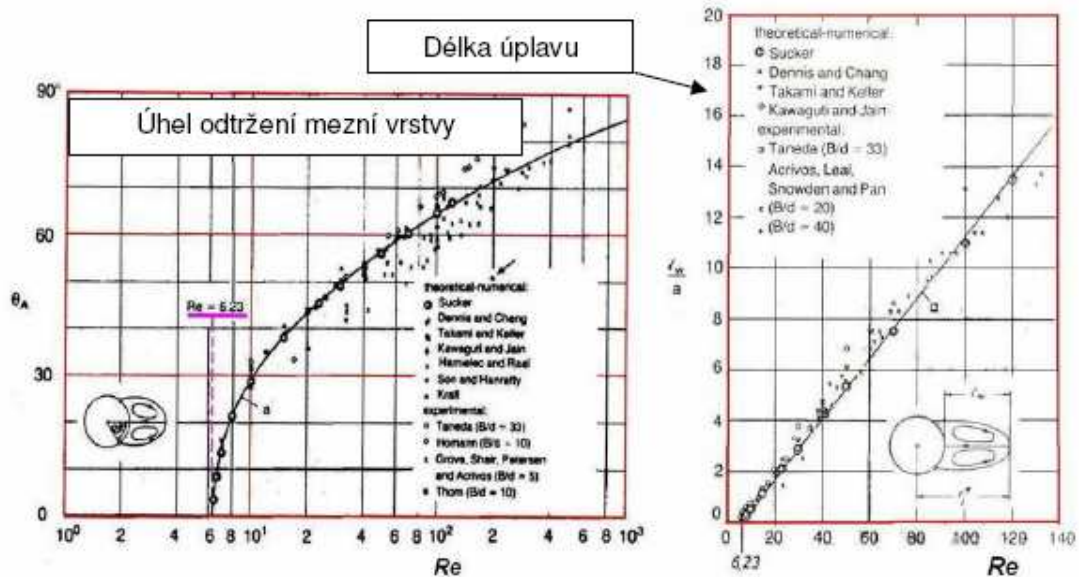
$$c_l = c_y = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho v^2 S} = \frac{F_l}{\frac{1}{2} \rho v^2 S}, \quad (4.10)$$

kde  $F_l$  je vztlaková síla a  $S$  je průmět plochy obtékaného tělesa do roviny rovnoběžné ke směru proudění. Pomocí tohoto koeficientu lze vyjádřit složku aerodynamické síly působící vzhůru nebo dolů (kolmo na proud tekutiny). Tato síla vzniká u válce pouze za přítomnosti zavíření.

#### 4.2.2 Odtržení mezní vrstvy a délka úplavu

Bod odtržení mezní vrstvy je místo v těsné blízkosti povrchu obtékaného tělesa, od kterého nastává zpětné proudění při obtékaném povrchu (proti směru hlavního proudu). Hlavní podstata problému spočívá v tom, že čím je místo odtržení proudu blíže počátku na povrchu obtékaného tělesa, tím je zpětné proudění intenzivnější a dochází ke zvětšování odporové síly, která na těleso působí.

Odporová síla je závislá na velikosti (délce) úplavu vzniklým za obtékaným tělesem. Čím větší úplav je, tím větší energie je zapotřebí k jeho vytvoření, což má za následek zvýšení odporu, s kterým se těleso pohybuje v prostředí, či kterým prostředí působí na toto těleso. Čím je úplav menší, tím je také těleso lépe obtékáno a tím na něj působí menší aerodynamické (popř. hydrodynamické) síly. Příklady diagramu závislosti Reynoldsova čísla na bodu odtržení a velikosti úplavu jsou uvedeny na obr. 4.8.



Obr. 4.8 Úhel odtržení mezní vrstvy a délka úplavu [25]

Turbulentní proudění tekutin kolem křivočarých ploch, např. při obtékání válce, lépe modelují modely turbulence  $k-\omega$  než modely  $k-\epsilon$ . Na obr. 4.9 jsou znázorněny vektory rychlosti za obtékanou hladkou trubkou řešeného výměníku při použití mezní vrstvy na vnějším povrchu trubky a modelu turbulence SST  $k-\omega$ .

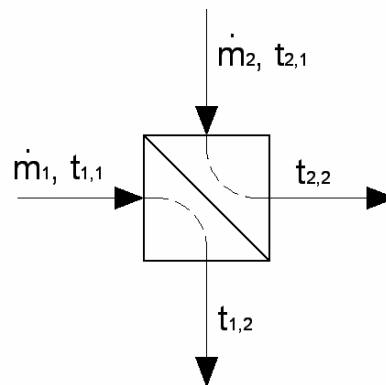


Obr. 4.9 Znázornění vektorů rychlosti za trubkou

## 5. TEPELNÝ VÝPOČET VÝMĚNÍKU TEPLA

Výměníky tepla jsou zařízení sloužící ke zprostředkování přenosu tepla mezi dvěma, popř. i více látkami. Jejich úkolem je zabezpečit realizaci technologických procesů a operací vyžadujících ohřev nebo chlazení tekutin, popř. tuhých látek různé modifikace.

Dle zadání diplomové práce je úkolem navrhnout na základě CFD výpočtu ve výměníku voda-vzduch záměnu žebrovaných trubek za trubky hladké, přičemž záměna trubek musí být provedena tak, aby nový výměník s hladkými trubkami měl stejný tepelný výkon jako původní výměník s žebrovanými trubkami. Hodnoty tepelných výkonů se určí z rovnice tepelné bilance (5.1) pro ohřívanou látku – spaliny. Veličiny rovnice (5.1) jsou buď zadány (měrná tepelná kapacita  $c_2$ , teplota  $t_{2,1}$ ) nebo se získají numerickým (CFD) výpočtem v programu Fluent (hmotnostní průtok  $\dot{m}_2$ , teplota  $t_{2,2}$ ).



Obr. 5.1 Schéma výměníku tepla

### 5.1 Tepelná bilance

Přenos tepla ve výměnících bývá kombinovaný proces, na kterém se podílejí všechny druhy mechanismu přenosu tepla, tj. přirozená a vynucená konvekce, tepelné záření a vedení tepla, a který ve speciálních případech probíhá při fázových přeměnách. Nejčastější jsou výměníky s převládající konvekční složkou přenosu tepla a jejich návrh i tepelný výpočet proto vychází z obecných zákonitostí termomechaniky a mechaniky tekutin. Konvekce byla převládajícím mechanismem přenosu tepla i v případě této zadané úlohy.

Pro tepelný výpočet výměníků tepla platí dvě rovnice, a to *rovnice tepelné bilance* [22]

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 \cdot c_1 \cdot (t_{1,1} - t_{1,2}) \cdot \eta_t = \dot{m}_2 \cdot c_2 \cdot (t_{2,2} - t_{2,1}) \quad (5.1)$$

a rovnice prostupu tepla [22]

$$\dot{Q} = k \cdot \Delta t \cdot S, \quad (5.2)$$

kde  $t_{1,1}$ ,  $t_{1,2}$  jsou teploty ohřívací látky na vstupu a výstupu ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $t_{2,1}$ ,  $t_{2,2}$  jsou teploty ohřívané látky na vstupu a výstupu ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $\eta$  je tepelná účinnost výměníku (přičítá se na stranu ohřívací látky),  $\eta_t = 0,98$  až  $0,999$  a  $\Delta t$  je střední logaritmický teplotní spád ( $^{\circ}\text{C}$ ). Zbývající veličiny jsou uvedeny v seznamu použitého označení.

Porovnáním obou rovnic při projektovém výpočtu je hledanou veličinou velikost teplosměnné výhřevné plochy

$$S = \frac{\dot{Q}}{k \cdot \Delta t} \quad (5.3)$$

a při kontrolním výpočtu parametry pracovních látek.

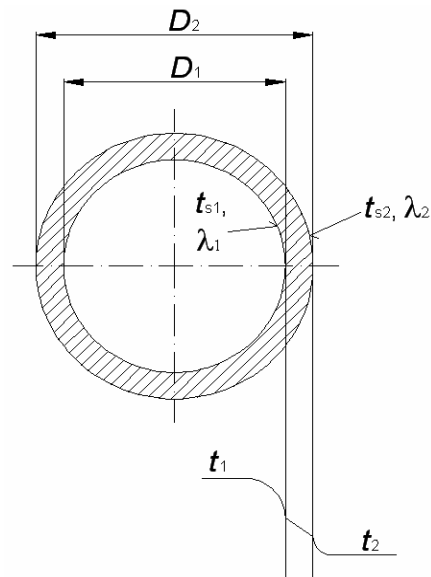
### 5.1.1 Určení součinitele prostupu tepla válcovou stěnou

Prostup tepla je současný přestup tepla z teplejší tekutiny do stěny, vedení tepla stěnou a přestup tepla ze stěny do chladnější tekutiny. U válcové stěny s ohledem na proměnnou velikost výhřevné plochy ve směru tepelného toku je vhodnější součinitel prostupu tepla  $k$  vztáhnout na 1 m délky trubky.

Je-li součinitel přestupu tepla v teplejší tekutině  $\alpha_1$  a teplotní spád mezi tekutinou a stěnou  $t_1 > t_{s1}$  a je-li součinitel přestupu tepla v chladnější tekutině  $\alpha_2$  a teplotní spád mezi stěnou a tekutinou  $t_{s2} > t_2$  (viz obr. 5.2), je množství tepla, které projde z teplejší do chladnější tekutiny délkou  $L$  válcové stěny za čas  $t$  [27]

$$Q = k(t_1 - t_2)Lt. \quad (5.4)$$

Součinitel prostupu tepla válcovou stěnou složenou z počtu  $n$  vrstev o poloměrech  $R_1 < R_i < R_{n+1}$  a o tepelných vodivostech  $\lambda_1$  až  $\lambda_n$  se určí z rovnice [27]



Obr. 5.2 Prostup tepla jednoduchou (jednovrstvou) trubkou

$$k = \frac{2\pi}{\frac{1}{\alpha_1 R_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{R_{i+1}}{R_i} + \frac{1}{\alpha_2 R_{n+1}}} . \quad (5.5)$$

Stanovení součinitele přestupu tepla  $\alpha$  při proudění tekutiny v trubce, resp. při obtékání trubky nebo svazku trubek, je obtížné a obecně pro něj platí [22]

$$\alpha = f(v, t, t_s, d, L, \lambda, \mu, \rho, c). \quad (5.6)$$

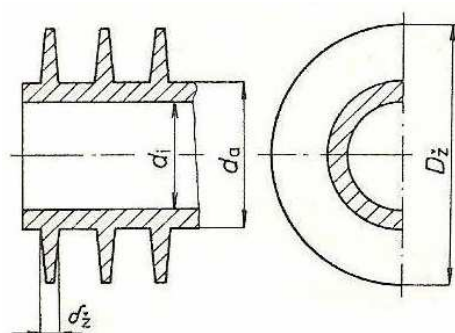
Hodnoty součinitele  $\alpha$  se určují pomocí teorie podobnosti z empiricky získaných kritériálních vztahů, viz [6], [13], [14], [22], [27].

### Žebrovaná trubka

Součinitel přestupu tepla na vnějším povrchu žebrovaných trubek se vypočte ze vztahu [27]

$$\alpha_a = \alpha_z \left( 1 - \frac{\delta_z}{s_z} \right) + \alpha^* \frac{\delta_z}{s_z}, \quad (5.7)$$

kde  $\delta_z$  je střední tloušťka žebra a  $s_z$  je rozteč žeber (obr. 5.3). K určení hodnoty  $\alpha^*$



vyjadřující vliv vedení tepla v žebře slouží diagram na obr. 7.5 v [27]. Ke zjištění součinitele  $\alpha_z$ , který udává střední přestup tepla v prostoru mezi žebry a základní trubkou se doporučuje vztah [27]

$$Nu = f_A Nu_I, \quad (5.8)$$

Obr. 5.3 Trubka s kruhovým žebrem [27]

kde pro vystřídané trubky [27]

$$f_A = 1 + \frac{2}{3} \frac{d_a}{s_z} \quad (5.9)$$

a [27]

$$Nu_I = 0,3 + \overline{Nu} = 0,3 + \sqrt{Nu_{lam}^2 + Nu_{turb}^2} \quad (5.10)$$

Veličina  $s_2$  je vzdálenost středů sousedních trubek ve směru proudění tekutiny. Do Nusseltova a Reynoldsova čísla se za  $L$  dosazuje [27]

$$L = \frac{\pi}{2} \sqrt{d_a^2 + h^2} . \quad (5.11)$$

Povrchové teploty stěny se získají z rovnic [27]

$$t_{s1} = t_1 - \frac{Q}{\alpha_1 \cdot 2\pi R_1 L} , \quad (5.12a)$$

$$t_{s2} = t_2 + \frac{Q}{\alpha_2 \cdot 2\pi R_2 L} , \quad (5.12b)$$

kde teplo  $Q$  se určí z rovnic (5.4) a (5.5).

## 6. ZÁVĚR A DOPORUČENÍ PLYNOUCÍ Z PROVEDENÝCH VÝPOČTŮ

Dle zadání bylo úkolem navrhnout výměník s hladkými trubkami o stejném tepelném výkonu, jaký má výměník s žebrovanými trubkami. Jelikož odstraněním žebrování se zmenší účinná teplosměnná plocha a tedy i tepelný výkon, je třeba zvyšovat počet hladkých trubek, dokud tepelný výkon nedosáhne původní hodnoty pro žebrované trubky.

Na základě numerických (CFD) výpočtů pro různé modely turbulence s mezní vrstvou i bez ní se ukázalo, že doporučený počet hladkých trubek má být 25 kusů.

Tento počet byl získán výpočtem pro oblast s mezní vrstvou kolem vnějšího povrchu trubek a s použitým modelem turbulence SST  $k-\omega$ . Výpočty turbulentního proudění v těsné blízkosti stěn s mezní vrstvou dávají přesnější a věrohodnější výsledky než v případě bez mezní vrstvy a modely turbulence  $k-\omega$  účinněji modelují turbulentní přenos hybnosti a tepla kolem křivočarých ploch (půlkruhový tvar vnějšího povrchu trubek), než modely  $k-\epsilon$ .

Tepelný výkon získaný výpočtem pro geometrii s 24 hladkými trubkami sice vyšel jen o 0,25 °C menší, než tepelný výkon vypočtený pro výměník s žebrovanými trubkami (viz příloha 11d) a po zaokrouhlení na celá čísla vyšly tepelné výkony stejně, přesto je vhodnější zvolit výměník s 25 hladkými trubkami. Získá se tím solidní výkonová rezerva pro případ budoucího korozního a abrazivního opotřebení povrchu trubek.

Tlakový spád pro původní výměník s žebrovanými trubkami činil  $\Delta p = 305,75$  Pa a pro nový výměník s hladkými trubkami vyšel výpočtem  $\Delta p = 249,43$  Pa. Z toho vyplývá, že odstraněním žebrování došlo ke snížení tlaku na vstupu do výpočtové oblasti (geometrie), jelikož tlak na výstupu byl u obou typů výměníků definován  $p = 0$  Pa.

## 7. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] DRÁBKOVÁ, S. a kol. *Mechanika tekutin*. 1. vyd. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2007. 257 s.
- [2] NOSKIEVIČ, J. a kol. *Mechanika tekutin*. 1. vyd. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1987. 354 s.
- [3] KOZUBKOVÁ, M. *Modelování proudění tekutin - FLUENT I* [online]. c2008. Dostupné z: <URL: <http://www.338.vsb.cz/studium9.htm>>.
- [4] BOJKO, M. *Návody do cvičení „Modelování proudění“ – FLUENT* [online]. c2008. Dostupné z: <URL: <http://www.338.vsb.cz/studium9.htm>>.
- [5] KUNDU, P. K., COHEN, I. M. *Fluid Mechanics*. 4th edition. Burlington: Elsevier Inc., 2008. 872 s. ISBN 978-0-12-373735-9.
- [6] LIENHARD, J. H., IV, LIENHARD, J. H., V. *A Heat Transfer Textbook*. 3rd edition. Cambridge: Phlogiston Press, 2008. 749 s. ISBN 0-9713835-3-1.
- [7] ZIENKIEWICZ, O. C., TAYLOR, R. L., NITHIARASU, P. *The Finite Element Method for Fluid Dynamics*. 6th edition. Burlington: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005. 435 s. ISBN 0-7506-6322-7.
- [8] BRDIČKA, M., SAMEK, L., SOPKO, B. *Mechanika kontinua*. 3. vyd. Praha: Academia, nakladatelství AV ČR, 2005. 799 s. ISBN 80-200-1344-X.
- [10] ŠOB, F. *Hydromechanika*. 1. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2002. 238 s. ISBN 80-214-2037-5.
- [11] PŘÍHODA, J., LOUDA, P. *Matematické modelování turbulentního proudění*. 1. vyd. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2007. 111 s. ISBN 978-80-01-03623-5.
- [12] FOŘT, J., KOZEL, K., FÜRST, J., HALAMA, J., DOBEŠ, J. *Numerická simulace proudění I*. 1. vyd. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2005. 100 s. ISBN 80-01-03162-4.
- [13] PAVELEK, M. a kol. *Termomechanika*. 3. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2003. 284 s. ISBN 80-214-2409-5.
- [14] DLOUHÝ, T. *Výpočty kotlů a spalinových výměníků*. 3. vyd. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2007. 212 s. ISBN 978-80-01-03757-7.
- [15] ANDERSON, J. D. *Computational Fluid Dynamics*. 1th edition. New York: McGraw-Hill, 1995. 547 s. ISBN 0-07-001685-2.



- [16] JANALÍK, J., ŠTÁVA, P. *Mechanika tekutin*. 1. vyd. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2002. 128 s. ISBN 80-248-01-0038-1.
- [17] IBLER, Z. a kol. *Technický průvodce energetika*. 1. vyd. Praha: BEN, 2002. 615 s. ISBN 80-7300-026-1.
- [18] Fluent Inc. *Fluent 6.2.16 – User's guide* [online]. c2005, poslední revize 20.4.2006 [cit. 2006-04-20]. Dostupné z: <[http://spc.vsb.cz/portal/cz/documentation/manual/doc.vsb.cz/Aplikacni%20software/Fluent\\_6.2.16/pdf/ug/pdf.htm](http://spc.vsb.cz/portal/cz/documentation/manual/doc.vsb.cz/Aplikacni%20software/Fluent_6.2.16/pdf/ug/pdf.htm)>.
- [19] Fluent Inc. *Gambit 2.2. - User's guide* [online]. c2005, poslední revize 20. 4. 2006 [cit.2006-04-20]. Dostupné z: <[http://spc.vsb.cz/portal/cz/documentation/manual/doc.vsb.cz/Aplikacni%20software/Gambit\\_2.2.30/help/](http://spc.vsb.cz/portal/cz/documentation/manual/doc.vsb.cz/Aplikacni%20software/Gambit_2.2.30/help/)>.
- [20] ROSHKO, A. *On the Development of Turbulent Wakes from Vortex Streets - Technical Report* [online]. c1954, poslední revize 24.3.2008 [cit. 2006-01-06]. Dostupné z: <<http://authors.library.caltech.edu/428/01/ROSnacarpt1191.pdf>>.
- [21] MATYKA, M. *Simulation of incompressible fluid flow phenomena with SIMPLE-MAC method* [online]. Poslední revize 10. 5. 2009 [cit. 2009-05-10]. Dostupné z: <<http://panoramix.ift.uni.wroc.pl/~maq/eng/cfdthesis.php>>.
- [22] OCHRANA, L. *Kotle a výměníky tepla*. 1. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004. 85 s. ISBN 80-214-2847-3.
- [23] HINZE, J. O. *Turbulence*. 2nd edition. New York: McGraw-Hill Book Company Inc., 1975. 586 s. ISBN 0070290377.
- [24] TECHET, A. V. *Vortex Induced Vibrations* [online]. c2004, poslední revize 20.2.2008. [cit. 2008-02-20]. Dostupné z: <[stuff.mit.edu/afs/athena/course/13/13.42/VIV\\_2004.ppt](http://stuff.mit.edu/afs/athena/course/13/13.42/VIV_2004.ppt)>.
- [25] ZDRAVKOVICH, M. M. *Flow around circular cylinders vol. 1 Fundamentals*. 1th edition. Oxford: Oxford University Press, 1997. 694 s. ISBN 0198563965.
- [26] LIAW, K. F. *Simulation of flow around bluff bodies and bridge deck sections using CFD: PhD thesis* [online] c2005, poslední revize 6.1.2006 [cit. 2006-01-06]. Dostupné z: <<http://etheses.nottingham.ac.uk/archive/00000125/>>.
- [27] SAZIMA, M., KMONÍČEK, V., SCHNELLER, J. a kol. *Teplo*. 1. vyd. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1989. 592 s. ISBN 80-03-00049-2.
- [28] KUPPAN, T. *Heat Exchanger Design Handbook*. 1th edition. New York: Marcel-Dekker Inc., 200. 1092 s. ISBN 0-8247-9787-6.

- [29] FABIAN, P. *Metody matematického a fyzikálního experimentu v proudění tekutin: disertační práce*. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2008. 115 s.
- [30] BLEJCHAŘ, T. *Matematické modelování nestacionárního proudění, kavitace a akustických projevů v hydraulickém ventilu: disertační práce*. Ostrava: VŠB-TU Ostrava, 2006. 98 s.